

BERNARDYNA CEGLIŃSKA

ZADANIA TEKSTOWE NIESTANDARDOWE W MATEMATYCZNEJ EDUKACJI WCZESNOSZKOLNEJ

Abstrakt: Celem artykułu jest zwrócenie uwagi nauczycieli na zadania tekstowe niestandardowe w początkowej edukacji matematycznej. Zadania tekstowe niestandardowe to zadania, które celowo zostały źle sformułowane. Stawiają one uczniów w sytuacjach problemowych, uświadamiają im, że aby rozwiązać zadanie tekstowe, należy uważnie przeanalizować je w aspekcie wszystkich elementów struktury i dokonać właściwej jego korekty. Rozwijają więc logiczne myślenie uczniów. Nie wszystkie współczesne podręczniki do nauczania matematyki sygnalizują zadania niestandardowe. Jeżeli nauczyciel wykorzystuje w pracy z uczniami jedynie zadania tekstowe z podręcznika, tylko niewielka grupa uczniów ma kontakt z tego typu zadaniami.

Słowa kluczowe: zadanie tekstowe standardowe, zadanie tekstowe niestandardowe

WPROWADZENIE

Matematyka w procesie kształcenia traktowana jest jako ważny czynnik rozwoju osobowości uczniów. Oznacza to, że prawidłowa realizacja celów kształcenia matematycznego zapewnia uczniom nie tylko zdobywanie określonych programem nauczania wiadomości i umiejętności, ale przede wszystkim przyczynia się do ich wielokierunkowego rozwoju. Matematyka ma wyposażać uczniów nie tylko w wiedzę, ale również w zdolności intelektualne, które człowiek wykorzystuje także w działalności pozamatematycznej. Dzięki matematyce uczeń zdobywa narzędzia, za pomocą których potrafi rozwiązywać różnorodne problemy.

Zadania tekstowe są jednym z wielu środków służących realizacji celów kształcenia matematycznego. Te, które rozwiązują uczniowie na poziomie edukacji wczesnoszkolnej, można klasyfikować według różnych kryteriów, stąd ich różne rodzaje

bądź typy. Praktyka szkolna pokazuje, że większość z nich, rozwiązywanych na tym etapie kształcenia, to zadania standardowe, czyli takie, których struktura jest poprawna. W trakcie pracy z tego typu zadaniem rolą ucznia jest je rozwiązać po ustaleniu ukrytych w nim związków, bez jakiegokolwiek ingerencji w jego strukturę. Zadania te często wymagają zastosowania zapamiętanych schematów postępowania i są dla uczniów nużące. Dlatego warto w pracy z uczniami stosować zadania niestandardowe, w których nie wystarczy wypisać dane i odkryć zależności między nimi, aby odpowiedzieć na zadane pytanie. Są one tak skonstruowane, że nie można ich rozwiązać bez przekształcenia treści, zmiany danych, warunku czy też pytania. Zauważenie błędu w ich konstrukcji to tylko połowa sukcesu. Uczeń, wykorzystując swoją wiedzę z zakresu struktury zadania standardowego i pomysłowość, musi tak je przekształcić, aby dały się one rozwiązać. Z powyższego wynika, że tego typu czynności wymagają od uczniów dużych kompetencji intelektualnych i mobilizują ich do wnikliwego analizowania treści zadań. Tym samym sprzyjają rozwojowi logicznego myślenia i zdolności uczniów. Biorąc pod uwagę walory kształcące zadań niestandardowych, warto przybliżyć je nauczycielom, a także rodzicom, ponieważ niewiele miejsca poświęcono im w literaturze metodycznej.

RODZAJE ZADAŃ NIESTANDARDOWYCH

Autorem podziału zadań tekstowych na zadania standardowe i niestandardowe jest B. Gleichgewicht. Rodzaje tych zadań zostały najpełniej opisane w książce pt. *Arytmetyczne zadania tekstowe dla nauczycieli klas 1–4* (Gleichgewicht 1988). Tymczasem praktyka szkolna pokazuje, że wielu nauczycieli posiada fragmentaryczną wiedzę na temat tego typu zadań tekstowych jedynie z podręcznika dla uczniów, pod warunkiem, że autor podręcznika je w nim zamieścił.

Określenie, jakie zadanie tekstowe jest zadaniem niestandardowym, wymaga podania cech zadania standardowego. Zadanie standardowe spełnia następujące warunki:

- zawiera wystarczającą ilość danych do otrzymania jednoznacznego rozwiązania i przy tym brak jest zbędnych danych,
- pytania wykazują ścisły związek z danymi, zadanie ma sens życiowy, warunki są wystarczająco precyzyjne, zadanie poddaje się matematyzacji arytmetycznej.

Zaprzeczenie którejkolwiek z wymienionych cech zadania standardowego powoduje, że zadanie staje się zadaniem niestandardowym. Wśród zadań niestandardowych autor wyróżnił następujące rodzaje:

1. **Zadania niestandardowe zawierające nadmiar danych**, wśród których są:
 - a) zadania zawierające dane niemające związku z rozwiązaniem,
 - b) zadania zawierające dane dublujące się.
2. **Zadania niestandardowe zawierające za mało danych**:
 - a) zadania, których nie można rozwiązać wskutek braku pewnych danych,
 - b) zadania, w których rozwiązanie jest niejednoznaczne wskutek braku pewnych danych.
3. **Zadania niestandardowe sprzeczne** – wśród nich wyróżnia się zadania, w których:
 - a) dane są sprzeczne z treścią zadania bądź z pytaniem,
 - b) warunki są sprzeczne algebraicznie.
4. **Zadania niestandardowe o złej treści**:
 - a) zadania, w których nie ma związku między danymi a pytaniem,
 - b) zadania bezsensowne życiowo,
 - c) zadania o nie dość precyzyjnych warunkach,
 - d) zadania niepoddające się matematyzacji arytmetycznej (Gleichgewicht 1988, s. 5–40).

Każdy z powyższych rodzajów zadań niestandardowych wymaga od uczniów wykonania innych czynności intelektualnych, prowadzących do przekonstrowania ich w postać zadania standardowego. Należy wyraźnie podkreślić, że forma zewnętrzna zadań niestandardowych nie sugeruje, iż wymagają one jakichkolwiek zmian. Nie zawierają one bowiem żadnych luk w tekście, które podpowiadałyby uczniom, że treść zadania wymaga uzupełnienia brakującego elementu struktury, np. danych liczbowych.

ZADANIA TEKSTOWE NIESTANDARDOWE W PODRĘCZNIKACH DLA UCZNIÓW KLAS I-III

Zadania niestandardowe nie należą do obligatoryjnych treści wykazanych w *Podstawie programowej*, jednak praca z tymi zadaniami jest niezwykle cenna dla uczniów i dlatego powinny być one realizowane w procesie kształcenia matematycznego. Rozwiązywanie tego typu zadań ma przede wszystkim na celu zwiększenie krytycyzmu uczniów i uświadomienie im, że nie należy zgadywać, jakie ma być działanie arytmetyczne i wykonywać je mechanicznie. W trakcie pracy z zadaniem tekstowym trzeba najpierw pomyśleć, o co w nim chodzi. Ponadto zadania niestandardowe pogłębiają rozumienie, czym jest, a czym nie jest zadanie tekstowe; jak ma być zbudowane, co jest dane, a co należy znaleźć lub obliczyć. Chodzi również

o to, by uczniowie sami się przekonali, jakie usterki mają rozpatrywane przez nich zadania, i zaproponowali, jak by je poprawnie sformułować (Lankiewicz, Semadeni 1994b, s. 80). Z powyższych rozważań wynika, że zadania niestandardowe są istotnym czynnikiem stymulującym rozwój myślenia uczniów. Należy więc oczekiwać, że są one zasygnalizowane w programach i podręcznikach do nauczania matematyki. Obecnie rynek wydawniczy oferuje nauczycielom wiele różnorodnych pakietów edukacyjnych do kształcenia zintegrowanego, dlatego interesujące jest sprawdzenie, czy tekstowe zadania niestandardowe znalazły w nich odpowiednie miejsce. Obecność zadań tekstowych niestandardowych w podręcznikach z pewnością zwróci uwagę nauczycieli, uczniów, a także rodziców na ten specyficzny typ zadań matematycznych.

Analiza podręczników do nauczania matematyki, będących elementami składowymi pakietów edukacyjnych dla uczniów klas I–III, wykazała, że tylko niektóre typy zadań niestandardowych w ujęciu B. Gleichgewichta są w nich sygnalizowane. Pojawiają się one sporadycznie, w grupie zadań tzw. nietypowych lub trudnych, oznaczonych przez autorów podręczników specjalnymi piktogramami (np. jeź, kaktus, wąż, sowa). Mamy więc do czynienia z tzw. orientowaniem uczniów na typ zadania. Zjawisko powyższe może być szkodliwe, ponieważ informuje uczniów o tym, że w zadaniach, które nie są oznaczone piktogramem, wystarczy posługiwać się jedynie stereotypowymi metodami rozwiązań, a wnikliwa analiza zadania może być pominięta. W klasie I wśród zadań tekstowych dominują zadania proste, czyli jednodziałaniowe, ale pojawiają się także zadania złożone. Większość tych zadań ma postać zadań standardowych. Analogiczne rodzaje zadań występują w klasie II i III. W zakresie pracy z zadaniami tekstowymi autorzy proponują uczniom szereg ćwiczeń, które ukazują rolę poszczególnych elementów struktury zadania. Dlatego znaleźć można w podręcznikach zadania wymagające od uczniów:

- a) uzupełnienia danych w treści zadania, np.: *Uzupełnij treść zadania liczbami z ramki. Wykonaj obliczenia.*

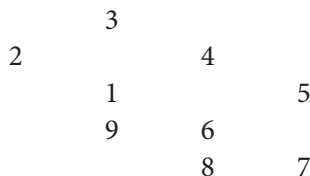
9, 43, 34

Chłopcy z klasy drugiej przynieśli kg makulatury, a dziewczynki przyniosły o ... kg mniej. Ile kilogramów makulatury przyniosły dziewczynki? (Brzózka i in. 2012b, s. 23);

- b) układania pytania (pytań) do podanej treści, np.: *Przeczytaj zadanie. Ułóż i napisz pytanie do treści zadania. Rozwiąż zadanie. Kamila kupiła książkę pt. „Historia teatru” za 30 zł i program za 12 zł* (Brzózka i in. 2012a, s. 29);
- c) układania treści zadania do danego obrazka lub działania.

Ponadto znajdują się ciekawe zadania, które zdaniem autorów należą do grupy zadań trudnych. Wśród tych zadań są zadania matematyczne różnego rodzaju, np.:

- a) zadania doskonalące technikę rachunkową: *Zbyszek ułożył w kole liczby od 1 do 9. Podziel je na trzy grupy i otocz pętlami tak, aby w każdej grupie suma liczb była taka sama. Nie wolno zmieniać ułożenia liczb.*



Wskazówka: W pierwszej grupie powinny być cztery liczby, a w drugiej – trzy (Brzózka i in. 2012c, s. 93);

- b) zadania tekstowe niewymagające zapisu działań arytmetycznych, np.: *W sadzie rośło 10 jabłoni w jednym rzędzie. Między każdą jabłonią ustawiono po 2 ule. Napisz, ile uli razem ustawiono między jabłoniąmi. Pomóż sobie rysunkiem. Zamiast drzew możesz narysować kreski, a zamiast uli – kółka (tamże, s. 63).*

Autorzy tego typu zadań określają je mianem zadań nietypowych lub niestandardowych, ale nie są to tekstowe zadania niestandardowe w rozumieniu B. Gleichgewichts. W podręczniku do matematyki dla uczniów klasy II w pakiecie *Razem w szkole* tylko jedno zadanie wśród zadań „z językiem”, czyli wśród zadań trudnych, można określić mianem zadania tekstowego niestandardowego. Brzmi ono następująco: *Przeczytaj uważnie treść zadania. Pokoloruj ramkę z właściwą odpowiedzią. W żywopłocie wokół ogrodu rośnie 66 krzewów. Ogrodnik przyciął 34 krzewy. Ile drzew posadził ogrodnik?*

$66 + 34 + 100$
$66 - 34 = 32$
Tego zadania nie można rozwiązać

Jeśli pokolorowałaś/pokolorowałeś trzecią ramkę, powiedz, dlaczego nie można rozwiązać tego zadania. Spróbuj ułożyć podobne zadanie (Brzózka i in. 2012a, s. 95). Powyższe zadanie – zgodnie z systematyzacją zadań tekstowych B. Gleichgewichts – jest przykładem zadania niestandardowego o złej treści, w którym nie ma związku między danymi a pytaniem. Natomiast wśród zadań tekstowych w klasie III w podręczniku wymienionego wyżej pakietu nie ma zadań niestandardowych. Zadania „z językiem” dla uczniów klasy III to zadania nietypowe, najczęściej

wymagające odejścia od zapamiętanych schematów działań, stawiające uczniów w sytuacjach problemowych, wymagających logicznego myślenia, np.: *Oblicz ceny owoców, wiedząc, że:*

- za 1 kg gruszek i 1 kg jabłek i 1 kg śliwek zapłacono 6 zł,
- za 2 kg gruszek i 1 kg jabłek i 1 kg śliwek zapłacono 9 zł,
- za 1 kg gruszek i 1 kg jabłek i 2 kg śliwek zapłacono 8 zł.

1 kg gruszek – ...

1 kg śliwek – ...

1 kg jabłek – ... (Brzózka i in. 2012d, s. 15).

Również w podręcznikach pakietu *Nowe Już w szkole* zadania niestandardowe zajmują niewiele miejsca wśród zadań tekstowych, ale jest ich więcej niż w podręcznikach pakietu *Razem w szkole*. Wśród zadań „z węzłem” odnajdujemy m.in. zadania z niedomiarem danych, np.: *Zegar w kuchni u babci spieszy się 7 minut. Która jest godzina?* (Bielenica i in. 2013, s. 71).

W zeszytach ćwiczeń do matematyki pakietu *Kolorowa klasa* zadania tekstowe niestandardowe również zajmują niewiele miejsca. Dla przykładu w klasie III w pięciu matematycznych zeszytach ćwiczeń zamieszczono jedynie cztery zadania niestandardowe, dwa zadania to zadania z niedomiarem danych i dwa zadania z nadmiarem danych. Zadania te nie są oznaczone specjalnym symbolem, lecz poprzedzono je – w przeciwieństwie do pozostałych zadań tekstowych – poleceniami typu: „Przeczytaj uważnie zadanie” i wymieniona jest czynność, którą uczeń powinien wykonać. W zadaniach z niedomiarem danych brzmi ono następująco: *Przeczytaj uważnie zadanie. Powiedz, czego brakuje. Zapisz uzupełnione zadanie i wykonaj obliczenia. Skorzystaj z liczydła. W lesie było 25 wiewiórek i jelenie. Ile razem było wiewiórek i jeleni?* (Gulczyńska, Sabbo 2011a, s. 37). Natomiast w zadaniach z nadmiarem danych czytamy: *Skreśl w zadaniu niepotrzebne informacje. Wykonaj obliczenia i zapisz odpowiedź. Kasia policzyła 33 kałuże na podwórku. Było 12 dużych kałuż i 11 małych. Ile kałuż razem było na podwórku?* (Gulczyńska, Sabbo 2011b, s. 33). Z powyższych przykładów wynika, iż polecenia do zadań sugerują uczniom wprost, jakiego rodzaju korekty wymaga treść każdego z nich.

Wszystkie rodzaje zadań niestandardowych w ujęciu B. Gleichgewichta można odnaleźć w podręcznikach obowiązujących we wcześniejszym okresie – *Matematyka 2* (Lankiewicz, Semadeni 1994a), *Matematyka 3* (Demby, Semadeni 1999a). Warto do nich sięgać jako literatury uzupełniającej obecnie obowiązujące podręczniki. Zadania niestandardowe łatwo odnaleźć we wspomnianych podręcznikach, ponieważ w spisie treści ujęte są w podrozdziały zatytułowane *Zadania nietypowe i celowo źle sformułowane*. W klasie II są one proponowane uczniom jako rodzaj żartu lub droczenia się między dwojgiem rodzeństwa Dorotką i Kajtkiem.

Wymyślają oni – jedno dla drugiego – zadania chytrze ułożone, w których znajdują się pułapki. Każde z rodzeństwa stara się ułożyć takie zadanie, aby „przeciwnik” nie zorientował się, że w jego konstrukcji pojawiło się coś nietypowego i próbował rozwiązać to zadanie stosując bezmyślnie wyuczony sposób postępowania. Nic więc dziwnego, że uczniowie motywowani w ten sposób chętnie pracują na takim materiale. Dla wielu z nich praca z zadaniami niestandardowymi jest rozrywką i zabawą. Autorzy podręczników postarali się, aby te zadania były różnorodne.

Zadania zawierające za mało danych są dla uczniów najłatwiejsze spośród czterech rodzajów zadań niestandardowych. Przykładem tej grupy zadań jest zadanie następujące: *Filip kupił 2 kilogramy jabłek i 1 kilogram gruszek. Ile zapłacił?* (Lankiewicz, Semadeni 1994a, s. 32). W powyższym zadaniu łatwo zauważyć, że brakuje dwóch danych. Nie napisano, po ile są te owoce. Na podstawie danych zawartych w treści zadania można obliczyć, ile kg owoców kupił Filip, natomiast nie można udzielić odpowiedzi na postawione w zadaniu pytanie. Z kolei w zadaniu: *Tata przygotował dzieciom kanapki. Lilka zjadła 4 kanapki, a Zygfryd zjadł 5 kanapek. Ile kanapek zostało niezjedzonych?* (tamże, s. 33) podane są również dwie liczby, jak w zadaniu poprzednim, ale aby odpowiedzieć na pytanie, brakuje jednej danej, nie wiadomo bowiem, ile kanapek przygotował tata. Można jedynie obliczyć, ile dzieci zjadły razem kanapek.

Zadania z nadmiarem danych sprawiają uczniom większe trudności niż zadania z niedoborem danych lub z danymi sprzecznymi. Zadania te dają się rozwiązać bez ingerencji w ich treść. Dlatego uczniowie (i nie tylko) często nie zauważają błędów w konstrukcji takich zadań. Przykładem takiej sytuacji jest zadanie, w którym dane nie mają związku z rozwiązaniem: *Wujek kupił 2 pudełka kredek po 24 zł oraz 4 zeszyty po 5 zł. W każdym pudełku było 6 kredek. Ile wujek zapłacił?* (Lankiewicz, Semadeni 1994a, s. 65). Uczniowie rozwiązując powyższe zadanie nie korzystają z informacji o tym, że w każdym pudełku było 6 kredek (zbędna dana). Innym typem zadania z nadmiarem danych jest zadanie: *Przyniosłam z ogrodu 10 tulipanów. Do niebieskiego wazonu włożyłam 6 tulipanów, a pozostałe włożyłam do żółtego wazonu. Ile tulipanów było razem w obu wazonach?* (tamże, s. 82). W zadaniu tym nie trzeba niczego obliczać, odpowiedź zawarta jest w treści zadania.

W grupie **zadań o złej treści** występują w omawianych podręcznikach następujące ich rodzaje:

1. Zadania, w których **nie ma związku między danymi a pytaniem**. Ilustruje je następujące zadanie: *Sławka zaprosiła na urodziny 5 dziewczynek i 3 chłopców. Ile Sławka ma lat?* (tamże, s. 32). Na podstawie danych w nim zawartych nie można odpowiedzieć na zadane pytanie. Chcąc przeformułować zadanie powyższe w zadanie standardowe, należałoby zmienić pytanie.

2. **Zadania, w których warunki nie są dość precyzyjne**, np.: *Na drzewie siedziały wróble. Karol widział tam 5 wróbli, a Marzena widziała 6 wróbli. Ile wróbli siedziało na drzewie?* (tamże, s. 32–33). Ten typ zadań jest trudny dla uczniów. Praktyka szkolna pokazuje, że większość z nich obliczy $5 + 6 = 11$. Tymczasem nie określono w zadaniu, czy Karol widział te same wróble, co Marzena.
3. **Zadania niepoddające się matematyzacji arytmetycznej**: *Wczoraj rano termometr szkolny pokazywał temperaturę 12 stopni Celsjusza.. Dzisiaj rano było 13 stopni Celsjusza. Jaka temperatura będzie jutro rano?* (tamże, s. 94). Dla powyższego zadania nie można znaleźć modelu arytmetycznego opisującego warunki zadania i prowadzącego do jego rozwiązania. Chcąc przekonstruować zadanie do postaci zadania standardowego, należałoby zmienić pytanie.

W omawianej grupie zadań znajdują się także zadania **bezsensowne życiowo**, których zabrakło w omawianych podręcznikach. Ich przykładem może być następujące: *Turysta pieszy postanowił przejść trasę o długości 1800 km. Pierwszego dnia przeszedł 520 km, a drugiego – 610 km. Ile kilometrów pozostało do przejścia turysty?* W powyższym zadaniu bezsens sytuacji polega na tym, że turysta pieszy nie jest w stanie w ciągu jednego dnia przejść 520 km lub 610 km.

Zadania niestandardowe sprzeczne są reprezentowane m.in. przez następujące zadanie: *Na jabłoni rosło 50 jabłek. Dorotka zerwała 28 jabłek, a ja zerwałem o 2 jabłka więcej od niej. Ile jabłek zostało jeszcze na jabłoni?* (tamże, s. 65). W powyższym zadaniu liczba jabłek zerwanych przez Dorotkę i Kajtkę wynosi 58, czyli jest większa od liczby wszystkich jabłek na jabłonce (50). Aby pytanie było zasadne, należy zmniejszyć liczbę jabłek zerwanych przez dzieci lub zwiększyć liczbę jabłek na jabłonce. Analogiczna sytuacja występuje w zadaniu: *Szczepan ma 3 kredki: czerwoną, niebieską i zieloną. Kredka zielona ma 12 centymetrów długości. Kredka niebieska jest o 7 cm krótsza od kredki zielonej. Kredka czerwona jest o 8 cm krótsza od kredki niebieskiej. Ile centymetrów długości ma kredka czerwona?* (tamże, s. 94). Sprzeczność w tym zadaniu polega na tym, że kredka czerwona musiałaby być o 8 cm krótsza od niebieskiej, która ma 5 cm długości.

W klasie III konwencja tych zadań została zmieniona. „Nie mówi się tu o pułapkach, ani o Kajtku. Celem zadań niestandardowych realizowanych w klasie III [...] jest pogłębienie rozumienia przez uczniów, czym jest zadanie tekstowe, jak się je analizuje, jakie liczby są potrzebne, a jakie są zbędne i tylko utrudniają rozwiązywanie. Oczekuje się, że uczniowie spróbują [...] zmienić tekst zadania, aby powstało zwykłe zadanie matematyczne” (Demby, Semadeni 1999b, s. 60). W klasie III zadania tekstowe celowo źle sformułowane (niestandardowe) przyjmują postać zadań z brakiem danych, z nadmiarem danych,

zadań zawierających dane sprzeczne. Ich struktura jest analogiczna do zadań zaprezentowanych.

PRACA Z ZADANIAMI NIESTANDARDOWYMI

Pamiętać należy, że rozwiązywanie standardowych, podobnych pod względem struktury zadań tekstowych jest czynnikiem zakłócającym prawidłowy proces rozwiązywania zadań i – wbrew przekonaniu wielu nauczycieli – nie powoduje u uczniów wzrostu poziomu tej umiejętności. Uczniowie dostrzegają w owych zadaniach tylko liczby i chcą jak najszybciej zapisać działanie arytmetyczne z ich użyciem. Do momentu poznania przez nich zadań niestandardowych niezrozumiała jest dla nich sytuacja, że zadanie może zawierać liczby, które nie są użyte do zapisu działań, jest ich za mało lub pytanie nie pasuje do treści zadania albo warunek wiążący dane i niewiadomą jest na tyle nieprecyzyjny, że nie możemy napisać działania będącego rozwiązaniem. Nic więc dziwnego, że kiedy proponujemy uczniom po raz pierwszy ten rodzaj zadań tekstowych, początkowo mogą być zupełnie zdezorientowani. Mogą stwierdzić, że są to zadania bez sensu, których nie da się rozwiązać. Dopiero po omówieniu dwóch lub trzech zadań zaczynają rozumieć, czego od nich się teraz oczekuje. Z tego powodu bezcelowe byłoby danie uczniom do rozwiązania jednego tylko takiego zadania (Lankiewicz, Semadeni 1994b, s. 80–81). Sprawą oczywistą jest, że uczniowie rozpoczynają pracę z zadaniami niestandardowymi w momencie, kiedy mają już orientację w strukturze zadań standardowych. Praca z zadaniami niestandardowymi może być dla uczniów nie tylko interesująca, ale przede wszystkim kształcąca. Zależy to w dużej mierze od kreatywności nauczyciela. Planując pracę z tego typu zadaniami, należy poczynić odpowiednie przygotowania techniczne. Polegają one np. na wydrukowaniu przez nauczyciela dla każdego ucznia treści zadania odpowiednią wielkością czcionki i z zachowaniem odpowiedniej interlinii. Uczniowie będą bowiem dokonywać korekty treści zadania poprzez przekreślanie czy wycinanie nożyczkami zbędnych informacji, nieprawidłowego pytania, czy poprzez dopisywanie brakujących danych itp.. Zanim jednak to zrobią, powinni odkryć błąd w konstrukcji zadania. Kolejnym krokiem będzie korekta zadania i jego rozwiązanie.

W zadaniach z **nadmiarem danych** dzieciom może nie przeszkadzać, że pewne liczby nie będą potrzebne podczas rozwiązywania zadania. Aby zwrócić uwagę uczniów na zbędne dane w treści zadania, dobrze jest rozpocząć jego omawianie od pytania zawartego w zadaniu. W tym celu wykorzystamy zadanie przytoczone wcześniej: *Wujek kupił 2 pudełka kredek po 24 zł oraz 4 zeszyty po 5 zł. W każdym pudełku było 6 kredek. Ile wujek zapłacił?* Po zapoznaniu się uczniów z treścią

zadania nauczyciel kieruje ich uwagę na pytanie i prosi o jego odcięcie. Uczniowie kładą pytanie przed sobą i wyszukują w zadaniu informacje, które mają związek z pytaniem, czyli co kupił wujek i jaka była cena poszczególnych artykułów. Następnie informacje te również wycinają z tekstu zadania i kładą na stolikach nad pytaniem. W ten sposób otrzymują poprawną treść zadania standardowego, która brzmi: *Wujek kupił 2 pudełka kredek po 24 zł oraz 4 zeszyty po 5 zł. Ile wujek zapłacił?* Nauczyciel może zapytać, czy to już wszystkie niezbędne informacje do rozwiązania zadania. Uczniowie uzasadniają swoją odpowiedź, zauważają bowiem, że zdanie, które pozostało: *W każdym pudełku było 6 kredek*, nie jest potrzebne do rozwiązania zadania. Uczniowie wklejają poprawną treść zadania do zeszytu i rozwiązują je. Następnie nauczyciel może zaproponować uczniom wykorzystanie usuniętej z poprzedniej wersji zadania informacji o liczbie kredek w pudełku. W ten sposób pokazuje im, że to, co zostało wcześniej odrzucone, może być elementem struktury nowego zadania. Uczniowie kładą teraz przed sobą zdanie: *W każdym pudełku było 6 kredek* i układają treść zadania z jego wykorzystaniem. Każdy uczeń może ułożyć swoją dowolną treść (niekoniecznie o wujku) pod warunkiem, że będzie ona zawierać powyższe zdanie. Wtedy uczeń ułożoną treść zapisuje w zeszycie, wkleja w odpowiednim miejscu zdanie o liczbie kredek w pudełku i dopisuje pytanie, a następnie rozwiązuje zadanie. Oczywiście uczniowie, rozwiązując tego rodzaju zadania, za każdym razem nie będą wycinać potrzebnych i zbędnych informacji z treści zadania i wklejać je do zeszytu. Mogą dokonywać korekty treści na otrzymanej od nauczyciela kartce z zadaniem. Mogą podkreślić pytanie kolorową kredką, a następnie innym kolorem – informacje niezbędne do rozwiązania zadania. Zauważają wtedy, że jedno zdanie (*W pudełku było 6 kredek*) nie jest podkreślone, uzasadniają, dlaczego tak się stało, i je wykreślają. Jeżeli tego typu zadanie znajduje się w zeszycie ćwiczeń/podręczniku, uczniowie mogą powyższe czynności wykonać ołówkiem. Nie powinni natomiast pisać poprawnego rozwiązania pod treścią zadania, które nie zostało przekształcone do postaci zadania standardowego. Zadania zawierające **za mało danych** przedstawiają zupełnie inną sytuację. Brak tu danych, dzięki którym problem zawarty w zadaniu można rozwiązać. Uczniowie bez większego wysiłku zauważają, że takiego zadania nie da się rozwiązać. Przekształcanie tego rodzaju zadań stwarza wiele dyskusji wśród uczniów, ponieważ zadania te można przekształcać na kilka sposobów. Zilustrować to można na przykładzie przytoczonego wcześniej zadania: *Filip kupił 2 kilogramy jabłek i 1 kilogram gruszek. Ile zapłacił?* Jeżeli uczniowie chcą odpowiedzieć na pytanie postawione w zadaniu, powinni uzupełnić jego treść brakującymi danymi. Często wśród uczniów w takich sytuacjach dochodzi do sporu, mają bowiem problem, czyją propozycję danych liczbowych wpisać. Wielu z nich uważa, że każde wstawione liczby są dobre. Otóż wcale tak nie jest. Wpisanie zbyt

dużych liczb w treści zadania może spowodować, że otrzymamy kolejny rodzaj zadania niestandardowego, a mianowicie zadanie o złej treści, dokładnie – zadanie bezsensowne życiowo. Dlatego przed wpisaniem danych w powyższym zadaniu należy porozmawiać z uczniami na temat aktualnych cen owoców, zapytać, kto z nich chodzi z rodzicami na targ czy do sklepu warzywniczego po owoce, czy wiedzą, ile kosztuje kilogram jabłek, ile kosztuje kilogram gruszek. Wprawdzie ceny owoców mogą się różnić w zależności od tego, gdzie je kupujemy (na targu, w sklepie, bezpośrednio u sadownika), i uczniowie mogą podawać różne ceny, ale nie są to różnice zbyt duże. Jeśli chcemy, aby wszyscy uzyskali identyczne rozwiązanie, w wyniku dyskusji ustalamy, jakie wielkości danych wpisujemy. Wtedy dopiero można wstawić brakujące dane, np.: *Filip kupił 2 kilogramy jabłek po 2 zł i 1 kg gruszek za 3 zł. Ile zapłacił?* Uczniowie mogą je dopisać na kartce z treścią zadania (stąd wymagana odpowiednia interlinia, aby było wystarczająco dużo miejsca) lub przepisać poprawną treść do zeszytu. Każdy uczeń może też wstawić swoje dane w granicach omawianych cen owoców. Wtedy w klasie otrzymujemy kilka rozwiązań, ale uczniowie zauważają, że są one poprawne, ponieważ w zadaniach kolegów były inne dane liczbowe. W trakcie pracy z tego typu zadaniami uczniowie odkrywają, że można je przekształcić jeszcze w inny sposób, a mianowicie zamiast wprowadzać brakujące dane, można zmienić pytanie. W przypadku powyższego zadania można zapytać: *Ile kilogramów owoców kupił Filip?* Wtedy uczniowie wykreślają (lub odcinają) pierwotne pytanie, a w jego miejsce wpisują nowe. **Zadania niestandardowe sprzeczne** z pozoru wydają się zadaniami poprawnie skonstruowanymi, dającymi się rozwiązać. Dopiero wnikliwa ich analiza przekonuje uczniów, że tak nie jest. W cytowanym wcześniej zadaniu: *Na jabłoni rośło 50 jabłek. Dorotka zerwała 28 jabłek, a ja zerwałem o 2 jabłka więcej od niej. Ile jabłek zostało jeszcze na jabłoni?* jest wystarczająca liczba danych, są warunki wiążące i pytanie mające związek z danymi. Pomimo tego nie możemy zadania rozwiązać. Przystępując do rozwiązania tego zadania uczniowie mogą zapisać skróconą treść zadania w formie następującej:

Liczba jabłek na jabłoni – 50

Dorotka zerwała – 28

Ja (Kajtek) zerwałem – o 2 jabłka więcej od Dorotki

Na jabłoni zostało jabłek – ?

Aby obliczyć liczbę jabłek, które zostały na jabłonce, należy obliczyć najpierw, ile już jabłek zerwano, czyli: $28 + (28 + 2) = 58$. Po obliczeniu ilości zerwanych jabłek uczniowie zauważą, że nie mogą obliczyć pozostałych na drzewie jabłek. Na tym etapie kształcenia nie potrafią wykonać odejmowania: $50 - 58 = ?$ (Wynik byłby liczbą ujemną). W takiej sytuacji możliwe są dwa rozwiązania. Po pierwsze, można zwiększyć liczbę jabłek rosnących na jabłonce, tak aby ich było więcej niż 58. Po

drugie, można zmniejszyć liczbę jabłek zerwanych przez Dorotkę, wtedy zmniejszy się liczba jabłek zerwanych przez dzieci. Suma jabłek zerwanych przez Dorotkę i Kajtkę musi być jednak mniejsza od 50. Ten typ zadań niestandardowych pozwala uczniom zauważyć, jak ważne jest przy układaniu treści zadań odpowiednie dobranie danych, które powiązane określonymi warunkami powinny dać pożądaną wynik. **Zadania o złej treści** bardzo często są dla uczniów śmieszne, zwłaszcza zadania, w których **nie ma związku między danymi a pytaniem**, jak w przedstawionym wcześniej zadaniu: *Sławka zaprosiła na urodziny 5 dziewczynek i 3 chłopców. Ile Sławka ma lat?* W trakcie analizy tego zadania uczniowie odkrywają, że pytanie nie ma związku z danymi. Dlatego należy je skreślić (lub odciąć nożyczkami) i ułożyć pytanie wykazujące związek z danymi. Należy zachęcać uczniów do układania kilku pytań, jeżeli treść zadania na to pozwala, np.:

- *Ilu gości Sławka zaprosiła na urodziny?*
- *O ile więcej dziewczynek niż chłopców zaprosiła Sławka?*
- *O ile mniej dziewczynek niż chłopców zaprosiła Sławka?*

Odrzucone wcześniej pytanie może stanowić punkt wyjścia do ułożenia przez uczniów nowych zadań tekstowych, np.:

1. *Karol ma 10 lat, a jego siostra Sławka jest o 4 lata od niego młodsza. Ile lat ma Sławka?*
2. *Ile lat ma Sławka, jeżeli jest sześć razy młodsza od mamy, a mama ma 36 lat?*
3. *Tosia ma 2 lata, a Sławka jest od niej starsza 3 razy. Ile lat ma Sławka?*

W omawianej grupie zadań znajdują się też takie, w których **warunki nie są dość precyzyjne**. Podobnie jak zadania sprzeczne, sprawiają one złudne wrażenie, że są poprawnie skonstruowane. Dlatego wymagają szczególnej uwagi ze strony nauczyciela w procesie pracy z zadaniami tekstowymi. Wielu uczniom trudno jest zrozumieć, że mają do czynienia z zadaniem błędnie skonstruowanym, np. zadanie: *Na drzewie siedziały wróble. Karol widział tam 5 wróbli, a Marzena widziała 6 wróbli. Ile wróbli siedziało na drzewie?* nie tylko uczniowie, ale i osoby dorosłe (w tym studenci), jeżeli nie zetknęły się wcześniej z zadaniami niestandardowymi, rozwiązują poprzez działanie $5 + 6 = 11$. Tymczasem Karol 5 wróbli mógł widzieć wśród 6 wróbli, które zauważyła Marzena. Tego problemu nie będzie, jeżeli uczniowie pracując z powyższym zadaniem zróżnicują gatunki ptaków, które siedziały na drzewie. Zadanie przekształcone może brzmieć: *Na drzewie siedziały ptaki. Karol widział tam 5 wróbli, a Marzena 6 sikorek. Ile ptaków siedziało na drzewie?* Uczniowie mogą też zaproponować inny sposób zmiany treści zadania: *Na drzewie siedziały wróble. Najpierw przyleciało 5 wróbli, które widział Karol, a potem przyleciało 6 wróbli, które widziała Marzena. Ile wróbli siedziało na drzewie?* Zadania **niepoddające się matematyzacji arytmetycznej** również należą do grupy

zadań o złej treści. W cytowanym już zadaniu: *Wczoraj rano termometr szkolny pokazywał temperaturę 12 stopni Celsjusza. Dzisiaj rano było 13 stopni Celsjusza. Jaka temperatura będzie jutro rano?* opisywanego zjawiska nie można zmatematyzować, trudno bowiem dokładnie przewidzieć, jaka temperatura będzie następnego dnia. Dlatego uczniowie muszą dokładniej sprecyzować warunki lub zmienić pytanie w danym zadaniu, np.:

1. *Wczoraj rano termometr szkolny pokazywał temperaturę 12 stopni Celsjusza. Dzisiaj rano było 13 stopni Celsjusza. O ile stopni niższa była temperatura wczoraj rano niż dzisiaj?*
2. *Wczoraj rano termometr szkolny pokazywał temperaturę 12 stopni Celsjusza. Synoptycy twierdzą, że temperatura będzie rosła codziennie o 1 stopień. Jaka będzie temperatura dziś, jutro, pojutrze?*

Praca z zadaniami niestandardowymi, oprócz walorów kształcących, stanowi także ciekawą odmianę w codziennych zajęciach matematyki, na których uczniowie najczęściej rozwiązują zadania w kartach pracy. Uczniowie nad zadaniami niestandardowymi mogą pracować w grupach. Każda grupa może otrzymać inny zestaw zadań. W zestawie mogą być nie tylko zadania niestandardowe, ale także zadania standardowe. To wymaga od uczniów bardzo wnikliwego analizowania treści zadań, dyskusji i wymiany poglądów. Praca w grupach daje możliwość dzielenia się wątpliwościami, przyzwala też na pomyłki, które są korygowane przez rówieśników, a nie przez nauczyciela na forum klasy. Można też wprowadzić element zabawy, zapoznać dzieci z kukiełką – lalką, której można nadać imię zaproponowane przez uczniów i która będzie uczestniczyć w takich zajęciach. Lalka może ułożyć zadanie (niestandardowe) i prosi dzieci o pomoc w jego rozwiązaniu. W ten sposób możemy motywować młodsze dzieci do pracy nad tego typu zadaniami. Zadania niestandardowe powinny być częściej rozwiązywane na zajęciach matematyki. Praca w przekształcaniu zadań niestandardowych stanowi nie tylko okazję do rozwijania myślenia matematycznego dzieci, ale także okazję do ćwiczeń językowych. W ten sposób matematyka przyczynia się do rozwijania poprawności w formułowaniu i wyrażaniu swoich myśli.

ZAKOŃCZENIE

Analiza zadań matematycznych zawartych we współczesnych podręcznikach do nauczania matematyki w klasach I–III wykazuje, iż w większości z nich pojawiają się ćwiczenia kształcące przede wszystkim technikę rachunkową. Proponowane uczniom ćwiczenia oparte są zazwyczaj na tej samej zasadzie: „Oblicz działana...”, „Wstaw odpowiednią liczbę...”. Ćwiczenia te przyjmują różnorodne formy,

odbiegając od tradycyjnych słupek (np. działania arytmetyczne umieszczone są na rysunkach płatków kwiatów), często wymagają od uczniów kolorowania określonych wyników działań (np. liczb parzystych). Nikt nie ma wątpliwości, że umiejętności rachunkowe są uczniom niezbędne w realizacji treści matematycznych. Jednak cóż z tego, jeżeli uczniowie będą mieli „kalkulator” w głowie, a nie porządzą sobie w nietypowej sytuacji, gdy należy złamać sztywne stereotypowe zasady, posługując się logicznym myśleniem i aktywnością twórczą. Nie pomogą im w tym zadania tekstowe zawarte w tychże podręcznikach. Przyjmują one bowiem postać zadań standardowych, wymagających zastosowania zapamiętanych i wyćwiczonych schematów postępowania w toku pracy nad zadaniem tekstowym. Praca z zadaniami standardowymi jest niezwykle istotna i powinna stanowić pierwszy krok do poznania zadań niestandardowych. Uczeń, który rozumie strukturę zadania standardowego, potrafi nie tylko samodzielnie ułożyć swoje zadanie tekstowe, ale także dostrzec usterki w konstrukcji zadań niestandardowych, zawartych w podręczniku lub podanych przez nauczyciela, i uzasadnić, dlaczego takiego zadania nie da się rozwiązać. Kolejnym więc krokiem powinno być poprawianie treści zadania, czyli przekształcenie zadania niestandardowego w postać zadania standardowego, które można rozwiązać. Ten etap pracy nad zadaniem niestandardowym jest niezmiernie ważny, ponieważ każdy rodzaj zadania niestandardowego wymaga od uczniów wykonania innych czynności. Nie ma tu miejsca na nudę i popadanie w schematyzm. Jest natomiast miejsce na logiczne myślenie, kreatywność i wykrywanie zależności między poszczególnymi elementami zadania. Tymczasem zadania tekstowe niestandardowe pojawiają się na zajęciach matematyki sporadycznie lub nie pojawiają się wcale. Wynika to być może z faktu, że takich zadań niewiele jest w podręcznikach. Należy więc apelować do nauczycieli o to, by tego typu zadania układali sami lub korzystali z dodatkowej literatury. Nie można bowiem dopuścić do sytuacji, że uczniowie nie będą mieli okazji pracować z tego typu zadaniami tylko ze względu na fakt, że autor nie zamieścił ich w podręczniku.

Nauczyciele powinni pamiętać, że matematyka na etapie klas I–III to nie tylko obliczanie wyników działań arytmetycznych i rozwiązywanie standardowych zadań tekstowych, ale także pokonywanie sytuacji nietypowych, które pomogą dziecku odkrywać nowe drogi rozwiązania, radzić sobie w nowych, nie tylko matematycznych sytuacjach i będą zachętą do aktywnego uczestnictwa w zajęciach matematyki. Tak więc zadaniem nauczycieli jest aktywizowanie uczniów i stwarzanie odpowiednich warunków do podejmowania przez nich różnorodnych działań. Rozwiązywanie trafnie dobranych problemów, zwłaszcza tych nietypowych, wzbudza w uczniach ciekawość i stymuluje ich myślenie. Dlatego warto jest organizować pracę z zadaniami niestandardowymi, które swoją strukturą i tematyką

zaskakują uczniów, a jednocześnie zachęcają do ich przekonstruowania, a następnie do rozwiązania. Praktyka szkolna dowodzi, że uczniowie, którzy pracują z zadaniami niestandardowymi, wnikliwiej analizują treści zadań, które – zdaniem ich autorów – są zadaniami poprawnie sformułowanymi. Potrafią znaleźć w nich niejasności i niedopowiedzenia, a takich zadań tekstowych w obecnych podręcznikach nie brakuje.

LITERATURA

- Bielenica K. i in. (2013). *Nowe Już w szkole, klasa 3. Cz. 2.* Nowa Era, Warszawa.
- Brzózka J. i in. (2012a). *Razem w szkole. Klasa 2. Podręcznik z ćwiczeniami. Cz. 7.* WSiP, Warszawa.
- Brzózka J. i in. (2012b). *Razem w szkole. Klasa 2. Z. 8.* WSiP, Warszawa.
- Brzózka J. i in. (2012c). *Razem w szkole. Klasa 2. Podręcznik z ćwiczeniami. Cz. 9.* WSiP, Warszawa.
- Brzózka J. i in. (2012d). *Razem w szkole. Klasa 3. Podręcznik z ćwiczeniami. Cz. 2.* WSiP, Warszawa.
- Demby A., Semadeni Z. (1999a). *Matematyka 3.* WSiP, Warszawa.
- Demby A., Semadeni Z. (1999b). *Matematyka 3. Książka dla nauczyciela.* WSiP, Warszawa.
- Gleichgewicht B. (1988). *Arytmetyczne zadania tekstowe dla nauczycieli klas 1–4.* WSiP, Warszawa.
- Gulczyńska H., Sabbo K. (2011a). *Kolorowa klasa. Klasa trzecia. Matematyka. Cz. 1.* Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON Sp. z o.o., Gdynia.
- Gulczyńska H., Sabbo K. (2011b). *Kolorowa klasa. Klasa trzecia. Matematyka. Cz. 2.* Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON Sp. z o.o., Gdynia.
- Lankiewicz B., Semadeni Z. (1994a). *Matematyka 2.* WSiP, Warszawa.
- Lankiewicz B., Semadeni Z. (1994b). *Matematyka 2. Książka dla nauczyciela.* WSiP, Warszawa.

NON-ROUTINE TEXT EXERCISES IN EARLY-SCHOOL MATHEMATICS EDUCATION

Abstract: The aim of this article is to draw the teacher's attention to the importance of the text-based, non-routine problem-solving tasks presented in some early-school mathematics textbooks. Non-routine math text exercises are deliberately of the wrong-wording and misleading-task type. The purpose of this is to engage and develop the student's logical thinking and also problem solving skills, as they will have to analyze every aspect of its structure and

apply the right correction in order to solve it. Unfortunately, today not every textbook offers an insight into or examples of non-routine tasks. Sadly, in some textbooks series these non-routine math text exercises are completely absent, meaning that very often only a limited number of students will ever come across them during their education years.

Key words: routine text exercises, non-routine math text exercises.